

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**CLASA a X-a**  
**27.02.2015**

**Subiectul I.(20 puncte )**

Demonstrați că în orice triunghi ascuțitunghic ABC are loc relația:  $\operatorname{tg}^2 A + \operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^2 C \geq 9$

*prof. Marilena Faiciuc, Colegiul Național Pedagogic "Gh. Lazăr" Cluj-Napoca*

**Subiectul II.(30 puncte )**

Să se rezolve ecuația:  $13^{x^2} \cdot 25^{x^2+2x+\frac{3}{2}} \cdot 31^{x^2+x+1} = 2015$ .

*prof. Raul Domșa, Liceul Teoretic „Petru Maior” Gherla*

**Subiectul III.(20 puncte)**

Fie  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ . Demonstrați că  $\log_{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} \frac{n+1}{2} \leq \frac{1}{n}$ .

*Gazeta matematică*

**Subiectul IV.(20 puncte)**

Fie ecuația binomă  $z^4 + 1 = 0$ . Notăm cu  $M_k(z_k)$ ,  $k \in \{1, 2, 3, 4\}$  imaginile geometrice ale rădăcinilor ecuației. Să se arate că oricum am lua punctele  $P_q(z_q)$ ,  $q \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , în interiorul patrulaterului  $M_1 M_2 M_3 M_4$  există două puncte  $P_i, P_j$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , astfel încât  $|z_i - z_j| < 1$ .

*prof. Eugen Jecan, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej*

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**  
**Timp efectiv de lucru - 3 ore.**

**SUCCES!**